FORMAS CANÓNICAS

Circuitos Digitales EC1723

Universidad Simón Bolívar
Departamento de Electrónica y Circuitos
Prof. Juan. C. Regidor

Mintérminos

- Un término mínimo o mintérmino (*minterm*) es un término formado por el producto de todas las variables de una función, complementadas o no.
- Sea una función f de las 4 variables A, B, C y D.
  - Son mintérminos de f: A′.B′.C′.D′; A.B′.C.D′; A′.B′.C.D; A.B.C′.D; A.B′.C′.D′; A.B.C.D
  - NO son mintérminos de f: A′.B′.C′; A′.D′; B′.C.D; A.B+C.D′; C′; A+B+C+D; A.B.C.D.E

Mintérminos

- Un mintérmino tiene la propiedad de tomar el valor 1 para una combinación única de valores de las variables, y es 0 para todas las demás. Podemos analizar todos los casos para una función de dos variables x e y:

	x=0 y=0	x=0 y=1	x=1 y=0	x=1 y=1
$x'.y'$	1	0	0	0
$x'.y$	0	1	0	0
$x.y'$	0	0	1	0
$x.y$	0	0	0	1

Mintérminos

- Los mintérminos son numerados según el valor de las variables para el cual se hacen 1, leídas como un número binario. Para las funciones de 2 y 3 variables resulta:

	N=xy	
$x'.y'$	00	m_0
$x'.y$	01	m_1
$x.y'$	10	m_2
$x.y$	11	m_3

	N=xyz	
$x'.y'.z'$	000	m_0
$x'.y'.z$	001	m_1
$x'.y.z'$	010	m_2
$x'.y.z$	011	m_3

	N=xyz	
$x.y'.z'$	100	m_4
$x.y'.z$	101	m_5
$x.y.z'$	110	m_6
$x.y.z$	111	m_7

Forma Canónica de Suma de Productos (SdP)

- Puesto que un mintérmino vale 1 para una combinación única de valores de las variables, podemos formar una función sumando aquellos mintérminos que coinciden con los unos de ella.

- *OR* exclusivo y *OR* exclusivo negado (equivalencia)

x	y	$x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$x \oplus y = m_1 + m_2 = \sum_{x,y}(1, 2) = x'\cdot y + x \cdot y'$$

x	y	$(x\oplus y)'$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$(x\oplus y)' = m_0 + m_3 \quad \sum_{x,y}(0,3) = x'\cdot y' + x\cdot y$$

Forma Canónica de Suma de Productos (SdP)

- Puede verse la representación en forma canónica de Suma de Productos como una manera compacta de escribir la tabla de verdad de una función.

x	y	z	*f*
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$f(x,y,z) = m_1 + m_3 + m_6 + m_7 = \sum_{x,y,z}(1,3,6,7) = \sum m(1,3,6,7) = x'\cdot y'\cdot z + x'\cdot y\cdot z + x\cdot y\cdot z' + x\cdot y\cdot z$$

Forma Canónica de Suma de Productos (SdP)

- Expresar $F(A,B,C) = A\cdot B + B\cdot C$ en forma canónica SdP
  - $F(A,B,C) = A\cdot B + B\cdot C = A\cdot B\cdot(C+C') + B\cdot C\cdot(A+A')$
    $= A\cdot B\cdot C + A\cdot B\cdot C' + A\cdot B\cdot C + A'\cdot B\cdot C$
    $= A\cdot B\cdot C + A\cdot B\cdot C' + A'\cdot B\cdot C$
    $= m7 + m6 + m3 = \sum_{A,B,C}(3, 6, 7)$

- Representar en forma canónica SdP $F(A,B,C)=A+B+C$
  - $F(A,B,C) = A+B+C = A\cdot(B+B')\cdot(C+C') + (A+A')\cdot B\cdot(C+C') + (A+A')\cdot(B+B')\cdot C$
    $= A\cdot B\cdot C + A\cdot B\cdot C' + A\cdot B'\cdot C + A\cdot B'\cdot C' + A'\cdot B\cdot C + A'\cdot B\cdot C' + A'\cdot B'\cdot C$
    $= \sum_{A,B,C}(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$

Maxtérminos

- Un término máximo o maxtérmino (*maxterm*) es un término formado por la suma de todas las variables de una función, complementadas o no.

- Sea una función *f* de las 4 variables A, B, C y D.
  - Son maxtérminos de *f*: $A'+B'+C'+D'$; $A+B+C+D'$; $A'+B'+C+D$; $A+B'+C+D$; $A+B'+C'+D'$; $A+B+C+D$
  - NO son maxtérminos de *f*: $A'+B'+C'$; $A'+D'$; C'; $(A+B).(C'+D)$; $A+B+C+D+E$; $A.B.C.D$

Maxtérminos

- Un maxtérmino tiene la propiedad de tomar el valor 0 para una combinación única de valores de las variables, y es 1 para todas las demás. Podemos analizar todos los casos para una función de dos variables x e y:

	x=0 y=0	x=0 y=1	x=1 y=0	x=1 y=1
$x+y$	0	1	1	1
$x+y'$	1	0	1	1
$x'+y$	1	1	0	1
$x'+y'$	1	1	1	0

Maxtérminos

- Los maxtérminos son numerados según el valor de las variables para el cual se hacen 0, leídas como un número binario. Para las funciones de 2 y 3 variables resulta:

	N=xy	
$x+y$	00	M_0
$x+y'$	01	M_1
$x'+y$	10	M_2
$x'+y'$	11	M_3

	N=xyz	
$x+y+z$	000	M_0
$x+y+z'$	001	M_1
$x+y'+z$	010	M_2
$x+y'+z'$	011	M_3

	N=xyz	
$x'+y+z$	100	M_4
$x'+y+z'$	101	M_5
$x'+y'+z$	110	M_6
$x'+y'+z'$	111	M_7

Forma Canónica de Producto de Sumas (PdS)

- Puesto que un maxtérmino vale 0 para una combinación única de valores de las variables, podemos formar una función con el producto de aquellos mintérminos que coinciden con los ceros de ella.

- *OR* exclusivo y *OR* exclusivo negado (equivalencia)

x	y	x ⊕ y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$x \oplus y = M_0 \cdot M_3 = \prod_{x,y}(0,3) = (x+y)\cdot(x'+y')$$

x	y	(x⊕y)′
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$(x\oplus y)' = M_1 \cdot M_2 \quad \prod_{x,y}(1,2) = (x+y')\cdot(x'+y)$$

Forma Canónica de Producto de Sumas (PdS)

- Puede verse la representación en forma canónica de Producto de Sumas como una manera compacta de escribir la tabla de verdad de una función.

x	y	z	*f*
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$f(x,y,z) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_5 = \prod_{x,y,z}(0,2,4,5) = \prod M(0,2,4,5) = (x+y+z)\cdot(x+y'+z)\cdot(x'+y+z)\cdot(x'+y+z')$$

Forma Canónica de Producto de Sumas (PdS)

- Representar F(x, y, z) = (x+y)·(y+z) en forma canónica de PdS
  - $F(x, y, z) = (x+y)\cdot(y+z) = (x+y+z\cdot z')\cdot(x\cdot x'+y+z)$
    $= (x+y+z)\cdot(x+y+z')\cdot(x'+y+z)$
    $= M_0 + M_1 + M_4 = \prod_{x,y,z}(0, 1, 4)$
- Obsérvese que $F(x, y, z) = \prod_{x,y,z}(0,1,4) = \sum_{x,y,z}(2,3,5,6,7)$

Formas Canónicas

- Escribir la tabla de verdad de la función $F(A, B, C) = [(A.B'+C) \oplus A] + B'.C$ y hallar sus representaciones en forma canónica de SdP y de PdS.

A	B	C	A.B′+C	(A.B′+C)⊕A	B′·C	F
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0

$F(A, B, C) = \sum_{A,B,C}(1,3,5,6)$

$F(A, B, C) = \prod_{A,B,C}(0,2,4,7)$

Formas Canónicas

- En general, las formas canónicas no son mínimas, pero son una manera estándar de representar una función.
- Minimizar la función $F(A, B, C) = \sum_{A,B,C}(1,3,5,6)$
  - $F(A, B, C) = A'\cdot B'\cdot C + A'\cdot B\cdot C + A\cdot B'\cdot C + A\cdot B\cdot C'$
    $= A'\cdot C + A\cdot B'\cdot C + A\cdot B\cdot C'$
    $= (A' + A\cdot B')\cdot C + A\cdot B\cdot C'$
    $= (A' + B')\cdot C + A\cdot B\cdot C'$
    $= A'\cdot C + B'\cdot C + A\cdot B\cdot C'$